

Terezinha NUNES  
&  
Peter BRYANT

# ÇOCUKLAR VE MATEMATİK

matematik öğretiminde yeni adımlar

Çeviren: Selma KOÇAK

  
doruk



## İçindekiler

Tabloların Listesi	11
Şekillerin Listesi	13
Dizi Editörünün Önsözü	15
Önsöz	17
Teşekkür Metni	21
<b>1 Sayısal Kavramı ve Sayısal Düşünebilmek</b>	<b>23</b>
1 Çocuklar Sayısal Düşünebilmek İçin Mantıklı Düşünebilmelidirler	28
2 Çocukların Sayısal Düşünebilmeleri İçin Geleneksel Matematik Sistemlerini Öğrenmeleri Gerekir	36
3 Çocuklar Sayısal Düşünebilmek İçin Matematiksel Düşünme Yetilerini Duruma Göre Yerinde ve Anlamlı Kullanabilmelidirler	45
4 Sonuç	48
5 Kitabın Planı	50
<b>2 Sayma</b>	<b>51</b>
1 Düzgünce Saymayı Öğrenmek	52
2 Çocukların Saymayı Araç Olarak Kullanabilme Yetileri	63
2.1 Eşit Niceliklere Sahip Diziler Oluşturmak	64
2.2 İki Dizi Arasında Karşılaştırma Yapmak	69
2.3 Eşit Dizilerin Toplam Miktarlarına Denk Düşen Rakamları Bulmak	79
3 Sonuç	80

<b>3</b>	<b>Sayma Sistemlerini Kavrama Süreçleri</b> . . . . .	83
1	Rakamları Esas Alan Sayma Sistemlerinin Sabit Özellikleri: Toplamsal Yapı ve Birim Kavramları . . . . .	87
1.1	Sayma Sistemlerinin Sabit Özelliklerini Öğrenip Sayabilmek . . . . .	89
1.2	Toplama İşlemi ve Sayma Sisteminin Sabit Özelliklerini Kavramak . . . . .	93
1.3	Dilbilgisel İpuçları ile Çocukların Sayıların Toplamsal Yapıda Birimler Olduğunu Daha Kolay Kavramaları Arasındaki Bağntı. . . . .	106
2	Yazılı Sayıların Mantığını Kavramak. . . . .	115
3	Sonuç. . . . .	125
<b>4</b>	<b>Ölçüm Sistemleri</b> . . . . .	127
1	Ölçüm ve Mantık. . . . .	131
2	Ölçüm Birimleri. . . . .	131
2.1	Göreceli Değerlerle İlgili Çıkarımlar Yapmak. . . . .	133
2.2	Bir Cetvelin İşlevi Nedir? . . . . .	140
2.3	Kırık Bir Cetvelle Ölçüm Yapmak. . . . .	147
3	Sonuç. . . . .	151
<b>5</b>	<b>Farklı Adlar Altında Matematik</b> . . . . .	155
1	Matematikte Gerçekten Başarılı mısınız? . . . . .	156
2	Kültürel Bağlamda Tanımlanmış Bir Aktivite Olarak Matematik. . . . .	160
2.1	Çağdaş Matematik Anlayışıyla Tanışan Eski Bir Kültür. . . . .	162
3	Sokak Matematiği ve Okul Matematiği. . . . .	166
4	Teorik ve Pratik Matematik ile Matematiksel Bilgi Tanımı Arasındaki Bağntılar. . . . .	171
5	Sonuç. . . . .	177
<b>6</b>	<b>Çocukların Toplama ve Çıkarmayı Kavrama Süreçleri</b> . . . . .	179
1	Toplama ve Çıkarma İşlemlerinin Yer Aldığı Durumlar, Semboller Sistemleri ve Sabit Değerler. . . . .	180

2	Sayılar Toplama ve Çıkarma İşlemleri Sırasında Hangi Anlamları Taşırlar? Sayıların Farklı Anlamları Üzerine Detaylı Bir Çözümleme.....	190
2.1	Sabit Ölçüm Birimleri Olarak Sayılar.....	193
2.2	Değişim Durumlarının Ölçüm Aracı Olarak Sayılar.....	193
2.3	Sabit Bağlılıkların Ölçüm Aracı Olarak Sayılar.....	200
3	Sonuç.....	215
<b>7</b>	<b>Çocukların Çarpma ve Bölme</b>	
	<b>Kavrama Süreçleri.....</b>	<b>219</b>
1	Çarpma, Bölme ve Sayıların Yeni Anlamları.....	221
1.1	Bire Bir Çok Eşleme Durumları.....	223
1.2	Değişken Birimler Arasındaki Bağlılıkların Yer Aldığı Durumlar.....	225
1.3	Art Arda Bölme İşlemleri ve Paylaştırma Yapılan Durumlar.....	230
1.4	Özet.....	234
2	Çocukların Çarpımsal Durumları Kavrama Süreçleri.....	236
2.1	Bire Bir Çok Eşleme Durumları.....	236
	Sonuç.....	253
2.2	Değişken Birimler ve Fonksiyonel Bağlılıkların Yer Aldığı Durumlar.....	255
3	Semboller Sistemleri ve Çarpımsal Mantık Yürütme Yetisinin Gelişim Süreçleri.....	288
3.1	Çarpımsal Durumlarda Bulunan Semboller Sistemlerinin Önemi.....	289
3.2	Bilgisayar Ortamı Sayesinde Çarpma ve Toplama Arasındaki Süreksizliklerin Farkına Varmak.....	292
4	Sonuç.....	297
<b>8</b>	<b>Çocukların Rasyonel Sayıları Kavrama Süreçleri.....</b>	<b>301</b>
1	Çocukların Bölme Kavramına ve Basit Bölme İşlemleri Yapmaya Başlamaları.....	306
1.1	Dizilerle Yapılan Bölme İşlemleri.....	306
1.2	Sürekli Miktarlarla Yapılan Bölme İşlemleri.....	309
1.3	Terse Çevirme Yöntemiyle Yapılan Bölme İşlemleri.....	312

1.4 Sayısal Değerlere Sahip Miktarlarla Yapılan Bölme İşlemleri.....	315
2 Rasyonel Sayıların Uzunluk ve Yoğunluk Odaklı Özellikleri Arasında Bağntı Kurmak: Art Arda Yapılan Bölme İşlemlerinin Yer Aldığı Durumlarda Eşdeğerlik Kavramı.....	327
3 Rasyonel Sayılar ve Durumlar Arasındaki Bağntı; Çocukların Kesirlerle İlgili Okulda ve Okul Dışında Öğrendikleri Kavramlar ve Çözüm Yöntemleri.....	336
4 Sonuç.....	343
<b>9 Sonuç.....</b>	<b>347</b>
1 Çocukların Matematığı Kavrama Süreçlerinin Başlangıç Noktaları.....	351
2 Mantıksal Bağntılar.....	357
3 Mantıksal Bağntılardan Farklı Durumlarda Yararlanabilmek ve Sayıların Farklı Anlamlarını Kavramak.....	360
4 Mantık ve Geleneksel Matematik Sistemleri.....	362
5 Çocukların Matematik Anlayışları.....	365
6 Sonsöz.....	367
<b>10 Referans Kitaplar.....</b>	<b>369</b>

**Terezinha Nunes**, Haris Machester College Eğitim Fakültesi'nde profesördür. Kariyerine Brezilya'da klinik psikolog olarak başlayan Nunes, New York'taki Cit University'de burslu olarak doktora derecesi aldı. Çalışmaları, çocukların okuma yazma, sayıları kullanma yolları, duyma yetisine sahip ve duyma engelli çocukların öğrenme süreçleri, kavramsal ve kültürel meseleler ve bunların eğitim uygulamalarına yansımaları üzerine yoğunlaşır.

**Peter Bryant**, Oxford Üniversitesi Deneysel Psikoloji Bölümü'nde profesörlük yapmaktadır. Çalışmalarında temel aldığı alanlar gelişim psikolojisi, kavramsal, dilbilimsel ve algısal gelişim, okuma, yazma ve matematik öğrenimidir.





## Tablolar

---

3.1 Japonca sayılar.....	84
3.2 Çocukların farklı yöntemler kullanarak çözüme gidebilecekleri çeşitli matematiksel durumlar.....	100
3.3 Sayıların toplamsal yapıda birimler olduğunu kavrayan ve kavrayamayan çocukların görülmez bir miktarla işlem yaptıkları sırada sergiledikleri performans.....	101
6.1 Çocukların farklı tiplerdeki toplama ve çıkarma problemlerinde sergiledikleri performanslar.....	200
7.1 Soğan Çorbası Problemi.....	263



## Şekiller

---

- 1.1 Ölçüm yaparak çözülebilecek bir problem:  
Eşit uzunluklarda görüldüğü halde farklı  
uzunluklardaki iki yatay çizgi.....38
- 2.1 Çocukların kendilerinden belli sayıda nesnenin  
yer aldığı diziler oluşturmalarının istenildiği  
durumlardaki başarı oranları.....68
- 3.1 Çocukların para problemlerinde  
sergiledikleri performans.....99
- 3.2 Çocukların sayılar ve sayı kelimeleri arasında  
yaptıkları işlemlerin ve kurdukları bağlantıların  
sergiledikleri performansların yansıması.....120
- 3.3 Çocukların sayıları yazarken yaptıkları  
çeşitli yanlışlar.....122
- 3.4 Çocukların okunduğu gibi yazdıkları ve yazmayı  
reddettikleri sayılar grafiği.....123
- 4.1 Çocukların eşdeğer ve farklı değerlerdeki  
birimlerin kullanıldığı durumlarda verdikleri  
ortalama cevap sayısı.....136
- 4.2 Çocukların farklı ve eşit sayıda birimin  
inç ve cm'nin yer aldığı durumlarda verdikleri  
ortalama cevap sayısı.....137
- 4.3 5 ve 6 yaşındaki çocuklar tarafından cetvellere  
yerleştirilen rakamlar.....142
- 4.4 Çocukların kırk ve sağlam cetvelle yaptıkları ölçüm  
işlemlerinde sergiledikleri performanslar.....149
- 5.1 İkili ve üçlü halkaları gösteren Dart Tahtası.....156
- 5.2 Dart oyununda oyunu bitirmenizi sağlayacak atış  
seçenekleri .....158
- 6.1 Çocukların farklı toplama ve çıkarma problemlerinde  
sergiledikleri performanslar .....186

6.2 Çocukların küçük ve çok küçük sayıların yer aldığı problemlerde sergiledikleri performanslar.....	191
6.3 Hudson'un balonların ve çocukların yer aldığı problemlerde kullandığı materyaller.....	204
6.4 Çocukların farklı tipteki karşılaştırma problemlerinin çözümünde sergiledikleri performans grafiği.....	210
6.5 Öğrenen grup tarafından 6/7 yaşındaki çocukların test öncesi ve test sonrası verdikleri doğru yanıtların yüzdesi. ....	215
7.1 Bire bir çok eşleme –Bir kamyon ve dört tekerlek arasındaki orantı her zaman sabittir. ....	226
7.2 Sayıların iki değişken birimin yer aldığı durumlardaki farklı anlamları .....	229
7.3 Art arda yapılan bölme işlemleri.....	233
7.4 Frydman ve Bryant'ın çalışmasında kullanılan iki tane birimden oluşan tabletler ve tekli tablet.....	242
7.5 Çocukların bire bir çok eşleme durumlarında ve Kartezyen üretim problemlerinde sergiledikleri performanslar.....	250
7.6 Logo uygulaması kullanılarak önceden tasarlanmış bir evi genişletme egzersizi.....	294
8.1 Eşdeğerlik problemlerinde kullanılan şekillerden örnekler.....	302
8.2 Çocukların kesirleri ne ölçüde anladıklarını belirtmek için yapılan çalışmada kullanılan şekiller .....	303
8.3 Nunes ve Bryant'ın çalışmasına katılan çocukların ayrıştırıcı ve aktarımsal bölme problemlerine verdikleri ortalama doğru cevap sayılarını gösteren grafik.....	318
8.4 Çocukların karşılaşmalar yaptıkları sırada yarı kavramı ve çağrışımlarından ne ölçüde yararlandıklarını belirtmek amacıyla yapılan çalışmada kullanılan materyaller.....	322
8.5 Çocuklardan parça-parça ve parça-bütün bağıntılarıyla ilgili çıkarımlar yapmalarının istendiği durumlarda kullanılan materyaller.Kaynak : Desli (1994) .....	324
8.6 Sürekli miktarlar üzerinde yapılan bölme işlemleri sırasında kullanılan materyaller .....	328

## Dizi Editörünün Önsözü

---

Bu kitap, çocukların matematik problemleri hakkında nasıl mantık yürüttüğü ve bu mantık yürütme sürecinin gelişiminin onların günlük yaşamlarına yansımaları konu ediyor. Dolayısıyla kitabın odak noktası, çocukların sınıfta matematikle nasıl başa çıktıklarından çok daha geniş. İncelenen konular hem çocukların matematiği nasıl öğrendiğini hem de matematik öğreniminin onların düşünsel gelişimini ne yönde etkilediğini içermekte. Terezinha Nunes ve Peter Bryant, çocukların gittikçe artan matematik bilgisinin ve kavramsal gelişim süreçlerinin anlaşılabilirliği için oluşturdukları teoriyi üç ana temele oturtmuşlar:(1) Çocukların küçük yaşlarda matematiği kavrama düzeyleri sürekli değişir. Nunes ve Bryant; çocukların toplama, çarpma, bölme gibi kavramları anlamalarının başlangıç noktalarına önemle değindikten sonra, onların adım adım genişleyen matematik anlayışlarını ele alıyorlar. Ailelerin ve öğretmenlerin, bu başlangıç noktalarının farkına vardıkları takdirde, çocukların matematiksel bilgilerinin gelişim süreçlerini oldukça faydalı bir şekilde etkileyebileceklerini, inandırıcı bir dille savunuyorlar.

(2) Matematiksel yeterliliğin üç tane ölçütü vardır: Matematikteki mantıksal sabit değerleri öğrenmek, geleneksel matematik sistemlerini iyi bilip kullanabilmek ve değişik durumlarda ortaya çıkan matematiksel gereksinimlerin farkına varabilmek. Bunların her biri, yazarların kendi yaptıkları çalışmalardan ve diğer meslektaşlarının çalışmalarından alınan örneklerle detaylıca işleniyor.(3) Matematik sosyal bağlamda tanımlanmış bir etkinliktir. Çocukların matematik problemlerine yaklaşımı, problemlerin onlara yöneltildiği ortamı nasıl tanımladıkları ve bu ortama nasıl tepki verdikleri konusuyla sıkı sıkıya ilintilidir. Bu konu, seyyar

satıcı olan Brezilyalı çocukların sokakta karşılaştıkları aritmetik problemleri usta bir zeka ve mantıksal kıvraklıkla çözerken, aynı problemler sınıfta matematik problemi olarak karşılarna çıktığında başarısız olmalarını örnekleyen bir çalışmayla detaylıca ele alınıyor.

Bu durumda, Nunes ve Bryant'a göre sorun, çocukların gündelik yaşamda edindikleri matematiksel bilgi birikimlerini sınıflara da taşıyabilmelerini sağlayacak matematiksel bir bakış açısı kazanmalarına yardımcı olmakta yatıyor. Bu sorun ve kitabın geneli bu kitabın da içinde bulunduğu "Çocukların Dünyasını Anlamak" serisinin temel hedefini güçlü bir şekilde vurgulamakta: Psikologların çocukların gelişim süreçleriyle ilgili yaptıkları çalışmalardan elde edilen bulgular ve çocukların kendi dünyalarında yaşadıkları günlük deneyimler arasında bağ kurabilmek.

**Judy Dunn**

## Önsöz

---

Kitabımızın amacı ve içeriğiyle ilgili kısa bir açıklama yaparak başlamak istiyoruz. Amacımız çocukların matematiksel düşüncelerini açıklığa kavuşturup sizlere aktarmak . Çocukların matematik problemleri hakkında nasıl kafa yordüğünü ve matematiğin onlar için ne anlama geldiğini sizlere göstermek istiyoruz.

Çocukların matematik bilgilerini dikkate değer bir hünere ve azimle geliştirmeye başladıklarını düşünüyoruz. Bazen bu meziyetler sınıf ortamına iyi bir şekilde yansımabiliyor ve öğretmenler, ebeveynler, hatta çocukların kendileri tarafından bile fark edilmeden kalabiliyor. Fakat, çok küçük yaşta çocukların değişik matematik problemlerine yanıt olarak öne sürdüğü cevapların bile nadiren tamamen yanlış olduğunu görüyoruz. Bu cevaplar tamamen yanlış olsa da genellikle içlerinde önem verilmesi ve teşvik edilmesi gereken gerçek ve zeki düşünceye ait unsurlar barındırmakta.

Bunun için insanlar sadece çocukların matematik kavramlarını tamamen doğru olarak öğrenmelerine değil aynı zamanda çocukların matematiğin değişik yönlerini tam olarak anlamak için adım adım ilerledikleri süreçte yer alan bir çok aşamaya önem vermeliler.

Şunu unutmamalıyız ki bu sürecin ilk aşamalarında bile diğerlerinin çözümünü bir süre daha bulamamaları da çocuklar bazı problemlere beklenmedik ölçüde mükemmel cevaplar vermektedirler. Toplama, çarpma, bölme, işlemlerini yapmaya yeni başladıkları dönemde bile, kolayca anlayıp hiç zorlanmadan çözebildikleri toplama, çarpma ve bölme problemleri var.



Şuna inanıyoruz ki, çocuklarına ve öğrencilerine matematikte yardım etmeye çalışan aileler ve öğretmenler bu başlangıç noktalarını her zaman hesaba katmalı ve bunları temel alarak hareket etmelidirler. (Bu görüş, kitabımızın kurgusunda da önemli bir yer tutmakta.) Öğretmenler ve ebeveynler, sınır noktalarını dikkate aldıkları gibi başlangıç noktalarını da dikkate almalılar. Bu, çocukların neyi anlayamayıp neyi yapamayacaklarının farkına varmanın yanı sıra aynı zamanda onların neyi anlayabilip neyi yapabilecekleri üzerinde de düşünmek anlamına gelir.

Çocukların matematiksel düşünme yöntemlerinin çocukluk boyunca değişmekte olduğunu göreceğiz. Peki bu neden böyle? Cevap, çocukların matematik ile ilgili öğrenecekleri birçok şeyin olması. Bu kitapta, matematik öğreniminin temelini oluşturduğunu düşündüğümüz matematik kavramlarının üç önemli yönünü vurguladık. Çocuklar matematik ve mantık arasındaki bağlar hakkında büyük bir bilgi birikimine sahip olmalı (Bize göre tartışmalı bir iddia olsa da üzerinde uzunca durduk.), geleneksel matematik sistemlerine ait kuralların ve formüllerin hepsine hakim olup bunları etkin bir şekilde kullanabilmeli, genellikle sadece belli durumlarda kullanılmalara gerektiği öğretilen belirli matematiksel bağıntıların daha geniş kullanım alanlarının olduğunu öğrenmelidirler. Her şeyden öte çocuklar, bu birbirinden tamamen farklı öğrenim yöntemleri arasında doğru bir bağlantı kurabilmelidir. Bu, biz yetişkinlerin de zaman kaybetmeden öğrenip anlaması gereken bir çok değerli bilgiyle dolu önemli bir konu.

Umarız kitabımız psikologların yanı sıra öğretmenler ve ebeveynlere de çocukların matematiksel görüşleriyle ilgili yeni bilgiler sunarak faydalı olacaktır. Yeri gelmişken, bu kitabın geleneksel bir eğitim kitabı olmadığı gerçeğine de dikkat çekmek istiyoruz. Kitabımızda eğitim metotlarıyla ilgili fazla bir şeye değinmedik sadece yeni matematik öğretim yöntemlerinin geliştirilmesiyle doğrudan bağlantılı bir iki öneride bulunduk. Biz, çocukların mantık yürütme süreçleriyle ilgilenen psikologlar ve elinizdeki kitabın ana konusu da bu. Ama aynı zamanda yazdıklarımızın ebeveynlere ve öğretmenlere de faydalı olacağını düşü-



nüyoruz çünkü konu matematik olunca işe onlar da bizim başladığımız yerden yani çocukların kendi matematiksel görüşlerinden başlamalılar.

Çocuklar ve matematik ile ilgili eserimiz meslektaşlarımız ve öğrencilerle birlikte yürütülen beş yıllık bir araştırmaya dayanmakta, kitabın büyük bir kısmında bu araştırma sonucunda elde ettiğimiz bulguları anlamlandırmaya çalıştık. Fakat, diğer bir çok insanın görüşleri ve yapmış olduğu araştırmaların bulguları da çalışmamıza çok önemli katkılar yaptı, kitabın genelinde matematiksel gelişimle ilgili diğer bir çok araştırmadan görüşler içeren genel bir çizgi izlemeye özen gösterdik. İnceden inceye tetkik ederek değil de genel bir bağlamda ele aldığımız matematiğin bizim teorimizle ilgili dallarını da kitabımıza aldık ama bunlar da dahil yaptığımız araştırmanın sonucunda ortaya bütün bulguları kitabımıza yansıtmadık çünkü çalışmamızın olabildiğince basit ve bütünlüklü bir yapıda olmasını istedik.

T. Nunes & P. Bryant



## Teşekkür Metni

---

Bu kitabı planlamak ve yazmak tümüyle on yılımızı aldı. Kitabı yazarken birçok yeni araştırma yapma ve okurlarımıza sunmak istediğimiz bazı sorunları çözümleriyle birlikte aktarma gereğini duyduk. Bu süre boyunca, kaynaklarını kullanmamıza izin veren kurumların yanı sıra meslektaşlarımızdan ve arkadaşlarımızdan da çok önemli yardımlar aldık.

Brezilya'daki Pernambuco Federal Üniversitesi, Londra Üniversitesi Eğitim Enstitüsü, Open Üniversitesi ve Oxford Üniversitesi çok farklı alanlarda bize gerekli olan kurumsal desteği verdiler. Bu bizim için çok önemliydi ve gerçekten çok işimize yaradı.

Portekiz'deki Coimbra Üniversitesi'nden Luisa Morgado, Open Üniversitesi'nden John Mason, Southampton Üniversitesi'nden Paul Light, Pernambuco Üniversitesi'nden Mauricio Lima, George Falcao, Alina Spinillo ve Belçika'daki Mons Üniversitesi'nden Olivier Frydman ile çalışmaktan büyük mutluluk duyduk. Kitapta sunduğumuz teorinin hazırlık aşamasında hepsi bir ya da birden fazla alanda bize yardımcı oldular. Onların yanı sıra çocuklar ve matematik konusunda enerjik ve özgün görüşleriyle bizi teşvik edip çalışmamızın hazırlık aşamasında emek harcayan Brezilya ve İngiltere'deki bir çok yüksek lisans öğrencisine minnettarız.

Ita Raz bizim için bazı ilginç ve faydalı bilgiler topladı ;Singapur Ulusal Üniversitesi'nden John Eliot kitabın müsveddeleri üzerinde yaptığı keskin ama bir o kadar da değerli eleştirileriyle bize yardımcı oldu. Anna Brett ve Fay Lutejın görüşlerimizi bilimsel bir temele oturtmak için bize lazım olan kanıtları bularak bizden o değerli desteklerini esirgemediler.

Çalışmamızın değişik bölümleri için gerekli olan mali desteği İngiliz ve Brezilyalı kurumlardan aldık. Brezilya'da CNPQ, CAPES (SPEC) ve Fundaco Vitae; İngiltere'de ise ESRC, Nuffield Vakfı ve British Council gerekli mali desteği sağlamakta hiç tereddüt etmediler.

Araştırmalar yaptığımız okullardaki sabırlı ve anlayışlı öğretmenler ile çocuklar bize karşı oldukça yardımseverdiler. En büyük beklentimiz, onların bize yardımcı olduğu gibi bu kitabın da onlara yardımcı olmasıdır.

# 1

## Sayısal Kavramı ve Sayısal Düşünebilmek

---

Çocuklar ve matematik konulu bir kitaba giriş yapmanın pek çok değişik yolu olabilir. Ama bizce, bu kitaba başlarken vurgulanması gereken en önemli nokta şu: Çocukların içinde yaşadıkları dünyayı anlayabilmeleri için mutlaka matematik öğrenmeleri gerekir.

Elbetteki matematik ilk öğretim programında yer alan pek çok dersten yalnızca biri; fakat konu çocuklar – hatta yetişkinler ve ihtiyaçlar - olduğunda aynı zamanda gündelik yaşamın oldukça önemli bir parçası. Yeterli matematik bilgisi olmayan çocukların sadece matematik derslerinde değil gündelik yaşama özgü bir çok etkinlikte de çeşitli zorluklarla karşılaşmaları kaçınılmazdır. Zira, matematik becerilerinin yeterliliği arkadaşlarıyla değerli eşyalarını paylaştıklarında, cep harçlıklarını tutumluca harcamak istediklerinde, seyahatlere çıkıp değişik ülkelerin para birimleriyle harcama yapmak zorunda kaldıklarında ve en sonunda da alım-satım, ipotek, sigorta poliçesi vs gibi kavramlarla – kısacası para dünyasıyla – iç içe geçtiklerinde hep ön plana çıkacaktır. Kimileriniz yukarıda değindiğimiz etkinliklerden bazılarının matematikle uzaktan yakından ilgisi olmadığını düşünebilir. Ne var ki, matematiğin temel ilkeleri esaslıca öğrenilmeden ve çeşitli matematiksel yöntemler doğru kullanılmadan bu etkinliklerde başarılı olmamız – karlı çıkmamız da denilebilir. – mümkün değil.

Matematiğe duyulan gereksinim tarih boyunca hep vardı. Fakat bu gereksinimin boyutları sürekli değişiyor. Günümüzde matematik -yetişkinler gibi - çocuklar için de birçok yönden daha kolay. Artık, bilgisayarlar ve hesap makineleri önceki nesille-

rin sıkıcı bulduğu birçok ağır ve yorucu işi adeta silip süpürüyor. Bununla birlikte günümüzde toplumların matematiğe ve matematik öğrenimine verdikleri önemin boyutları da olumsuz yönde değişiyor. Pek çok ülkede insanlar çevrelerindeki yeterli matematik bilgisine sahip kişilerin az sayıda olmasından yakınıp bu sayının daha da azalmasından duydukları – gerçekten yabana atılamayacak nitelikteki – endişeyi dile getiriyorlar.

Bütün bunların ardından kendi kendimize şöyle bir soru sorabiliriz: Çocukların okulu bitirdiklerinde daha yetkin bir matematik becerisi ve daha geniş bir matematik bilgisine sahip olmalarını sağlamak için ne yapmalıyız? Bu soru gerçekten anlamlı bir soru; ama aynı zamanda bizi bir dizi gerçekle yüz yüze getiriyor. Bugünün hatta yarının dünyasında sayısal düşünebilen çocukların olmasını sağlayacak bir matematik öğretimini saptamak istiyorsak, öncelikle çocukların matematiği nasıl öğrendikleri ve matematiğin onlara ne ifade ettiğiyle ilgili çok daha fazla şey bilmeliyiz.

Toplumlarla birlikte okuryazarlık, sayısal düşünce gibi tanımların anlamları da değişir. İsterseniz bu bağlamda okur yazarlık tanımını ele alalım. Okuryazarlık olgusunu – bizce – doğru gözlemleyen nadir bilim adamlarından biri olan Gray'in 1956 yılında yaptığı okuryazarlık tanımının açılımı şöyleydi: "Bir insan kendi kültürüne ya da ait olduğu toplumsal zümreye özgü okur yazarlık gerektiren faaliyetlerde etkin bir biçimde yer almasını sağlayacak düzeyde okuma yazma bilgisi ve becerisine sahipse bu kişi okur-yazar olarak tanımlanabilir. (Bu tanımın UNESCO'nun belli aralıklarla yaptığı okur yazarlık anketlerinde hâlâ okuryazarlık ölçütü olarak kabul edildiğini belirtelim.) Gray'in yaptığı esnek ama işlevsel tanımdan da anlaşılacağı gibi okur-yazarlık ölçütü hem zamana hem de toplumlara göre değişebilir. Örneğin, A.B.D'de okuryazarlık oranı İkinci Dünya Savaşı'na kadar neredeyse hiç değişmese de okuryazarlık tanımı bir çok kez değişmiştir. (Bkz-Resnick 1977)

Aynı şeyleri "sayısal düşüncenin" tanımı için de söyleyebiliriz. 100 yıl önce, yalnızca aritmetiği ve oranları iyi bilmeniz sayı-



sal düşünceye sahip biri olarak tanımlanmanız için yeterliydi. Fakat bugünün dünyasında sayısal düşünebilen birisi olarak tanımlanabilmeniz için kesinlikle çok daha fazlasını bilmelisiniz.(bkz:Willis 1990) Örneğin, basit sayısal bilgiler içeren herhangi bir gazete küpürünü bile eleştirel bir gözle okuyabilmeniz için dört işlemden çok daha fazlasını öğrenmeniz, uygulamaya sokabilmeniz gerekir ve ne yazık ki günümüzde matematik öğretmenlerinin bile birçoğu eleştirel düşünce ve matematiğin hiçbir şekilde birbirleriyle bağdaştırılmaz kavramlar olduğunu sanıyor. İsterseniz konumuzla yakından ilgili olduğu için Streefland'ın (1990a) Hollanda'da henüz atamaları yapılmamış 312 tane ilkökul öğretmeniyle yaptığı çalışmaya biraz değinelim. Streefland öğretmen adaylarından aşağıda sizlere kısaltılmış halini sunduğumuz gazete metni hakkında yorum yapmalarını istedi:

*“Biraz aritmetik zeka gerektirdiği için Hollanda'nın demografik özelliklerini inceleyelim. Hollanda'nın nüfusu aşağı yukarı on dört milyon. Bir başka deyişle, Hollanda'nın nüfusu A.B.D'nin 3 milyarlık nüfusunun hemen hemen iki yüzde biri.*

*Hollanda'nın yüz ölçümü ise kırk bin metrekare. Dolayısıyla yüz ölçümü otuz üç bin metrekare olan A.B.D'nin aşağı yukarı binde biri bir yüz ölçüme sahip. Bütün bu bilgileri bir araya getirirsek, Hollanda'nın A.B.D'nin beşte biri büyüklükte bir ülke olduğunu söyleyebiliriz.”*

Streefland çalışmanın sonuçlarını “tek kelimeyle can sıkıcı” olarak tanımladı. Elbette metinde Hollanda'nın yüz ölçümü olarak verilen rakam gülünç. Hollanda gibi haritada ufak bir yer kaplayan bir ülkenin yüz ölçümü kırk bin metrekare olabilir mi? Peki, A.B.D için verilen rakamlara ne demeli ? Bu rakamların - bırakın bir öğretmeni - bir ortaokul öğrencisinin bile aklına yatmaması gerekir. Gelgelelim Streefland çalışmanın ardından hazırladığı raporda 312 “öğretmen adayından” sadece 18'inin metni okur okumaz bu bariz hataların farkına vardığını belirtiyor; “öğretmen adaylarının” üçte biri ise metinde yer alan rakamlar hakkında yorum bile yapmamış. Dolayısıyla, “sayısal düşünebilmek” bazı işverenlerin sandığı gibi ( bkz:Foyster 1990 ) sadece dört iş-

lem yapabilmekten ibaret değil. Bir kişiyi sayısal düşünebilen birisi olarak tanımlayabilmemiz için; o kişinin ülkesinin matematik kültüründe yer alan rakam ve ölçüm sistemlerinin yanı sıra alan ve hacim gibi konuların terminolojisini iyi bilip, iletke ve hesap makinesi gibi araçları doğru kullanma becerisini kazanarak sayısal ve uzamsal bağıntılar hakkında fikir üretebilmesi gerekir. Dilerseniz, matematik öğretiminin temel hedeflerinin yeniden belirlenmesinde dönüm noktası olan Cockroft Raporu'nda geçen sayısallık tanımını sizlere aynen aktaralım:

*“Sayısallık kelimesinin iki anlama gelmesi gerektiğini düşünüyoruz. İlki, rakamların taşıdığı farklı özellikleri iyi bilip gündelik yaşamda karşılaşılan matematiksel durumları başarıyla çözebilmek. İkincisi ise içinde matematik terimleri bulunan grafik, tablo, harita ya da herhangi bir matematiksel değerın düşüş ve yükseliş oranlarını gösteren kâğıtlar gibi materyalleri anlayıp onlardan işlevsel olarak yararlanabilmek. Her iki unsuru bir arada göz önünde bulundurduğumuzda, sayısal düşünebilen bir insanı matematiğin iletişim aracı olarak kullanıldığı durumları anlayıp bu durumları çözebilen birisi olarak tanımlayabiliriz.”*

Görüldüğü gibi bu tanım, aritmetik işlemlerin önemini asla yadsımasa da sayısal düşünebilmek kavramını çok daha geniş bir çerçeve içinde ele alıyor, sayısal düşünebilmekle yalnızca matematiğin temel ilkelerinin bilinmesini özdeşletiren görüşle hiçbir şekilde uyuşmuyor.

Okullarda ders olarak okutulan birçok sosyal bilim dalı altında sayılarla – dolayısıyla – sayısallıkla iç içe geçmiş bilim dalları; fakat öğretmenlerin - büyük çoğunluğu – bu bilim dallarının sadece fikirlerden oluştuğu gibi oldukça yanlış bir görüşü çocuklara empoze edip onların sayısal zekalarını bir anlamda köreltiyor.

Chapman'da (1990) coğrafya ve diğer sosyal bilim dallarının bir çoğunda yer alan terimlerin çeşitli matematiksel anlamlar taşıdığını fakat çocukların bunun farkında bile olmadıklarını öne sürdü. Örneğin Chapman, verimlilik, ölüm oranı, enflasyon, büyüme hızı vs. gibi kavramların temel bir matematik terimi olan –



fakat öğretmenler tarafında üzerinde pek de durulmayan – oran kavramını içerdiğini savunmuştu. Chapman'ın saptamalarına katılmamak elde değil. Bu yüzden, öğrencilerin bütün derslerde düzgün okuma ve yazmaya özen göstermelerinin şart olduğu gibi, - branşları ne olursa olsun - ilk ve orta öğretim kurumlarında görev yapan bütün öğretmenlerin de öğrencilerine sayısal düşünme yetisini kazandırmak için emek harcamaları gerekir.

Matematik, aynı zamanda - çoğu insan bunun farkına varmasa da - gündelik yaşamın koparılmaz bir parçası. (Bkz:Nunes, Schliemann, Carraher 1993; Harris 1990) Öbür yandan, Foyster (1990) gibi bazı bilim adamları da biraz karmaşık sayılabilecek matematiksel kavramların işlevlerini bilmediğimiz müddetçe gündelik yaşamda karşımıza çıkan sorunların bir çoğunu çözemeyeceğimizi iddia ediyor. Bir başka deyişle, Foyster dört işlemle matematiği özdeşleştiren zihniyete acı bir hatırlatma yapıyor. Peki, bu takdirde gerçekten sayısal düşünebilen çocuklar yetiştirmek için ne yapmalıyız? Çocukların yalnızca sayılara ve aritmetik işlemlere değil aynı zamanda “durumlara” da matematiksel bir bakış açısıyla yaklaştıkları sınıf ortamlarını nasıl oluşturmalıyız?

Biz, konumuz çocukların matematiksel yönden gelişimleri olduğuna göre hem çocukların sayıları ve aritmetik işlemleri öğrenme hem de gittikçe daha gelişmiş çözüm yöntemlerini benimseme süreçlerini hesaba katmamız gerektiğini düşünüyoruz.

Bu kitabın temel hedefi, çocukların - matematiği anlamaya başladıkları ilk dört beş yılı esas alarak – yaşlarıyla birlikte matematiğe bakış açılarının da nasıl değiştiğini sizlere yansıtabilmek. Kitap boyunca “sayısal kavramlarla düşünme” gibi sayısal düşüncenin çeşitli yönlerini ele alacağız; ama sadece rakamsal kavramlar üzerinde yoğunlaşacağız. Çocukların matematiksel gelişim süreçleriyle ilgili bütünlüklü bir çalışma sunabilmemiz için konular arasında tutarlılık olmasına dikkat etmemiz gerekiyordu. İşte bu yüzden, matematiğin kapsamına girdikleri halde geometri gibi bazı konulara hiç değinmedik.

Kitapta yer verdiğimiz çalışmalardan elde edilen bulgulara bilimsel gözlem yoluyla ulaşıldığını dolayısıyla bu bulguların doğruluğu üzerinde tartışmamızın anlamsız olacağını belirtelim. Fakat, aynı zamanda kitapta henüz bilimsellik kazanmamış bir çok hipotezin de yer aldığını anımsatıp çocukların dünyasındaki yolculuğumuza başlayalım.

1 numaralı başlık altında ileri süreceğimiz görüşlerin bazılarının Fransız psikolog Gerard Vergnaud'un görüşlerinden ve matematiksel kavramlar üzerinde yaptığı yorumlardan esinlenerek hazırlandığını ekleyelim.

### 1) Çocuklar Sayısal Düşünebilmek İçin Mantıklı Düşünebilmelidirler

Matematiğin mantığa dayalı bir bilim dalı olduğunu söylememiz onu diğer bilim dalları arasında benzersiz yapmaz. Aynı şeyi, fizik ve biyoloji ya da tarih ve coğrafya için de söyleyebiliriz. Bu bilim dallarının hepsi mantık kurallarını gözetip örneğin tarih ile mantık arasında bağ kurdukları sürece anlam kazanırlar. Fakat - diğer bilim dallarına kıyasla - özellikle matematik ve mantık arasındaki bağın oldukça güçlü ve açık olduğu kesin. En basit matematik problemleri bile ancak doğru mantıksal çıkarımlar yapılabildiği takdirde çözülebilir. Mesela basit bir konu olan saymayı ele alalım: Çocukların bir dizide yer alan nesnelere sayarken aslında ne yaptıklarını anlayabilmeleri için mantığa dayalı bazı kuralları kesinlikle bilmeleri gerekir. İlk olarak rakamların hiyerarşik doğasını – büyük sayı, küçük sayı kavramlarının ne ifade ettiğini – anlamalılar. Bununla çocukların yalnızca sayıların belli bir düzene göre dizildiğini değil aynı zamanda 3, 2'den büyükse, 2'de 1'den büyükse, 3'ün doğal olarak 1'den de büyük olduğu açılımındaki mantığı kavrayabilmelerini kast ediyoruz. Bu tip bir bağıntılar bütününe ( $A > B > C$  ise  $A > C$ ) anlam veremeyen bir çocuk sayıları kusursuzca sayabilse de bu çocuğun "sayısalılık" – rakamsallık – anlayışı kesinlikle yetersizdir.

Peki çocukların kavraması gereken mantıksal bağıntılar sadece bu kadar mı? Kesinlikle hayır. Çocuklar –merdiven basa-